Aufgabe:

Wir haben im Beispiel 3.1 darauf hingewiesen, dass $\emptyset$ eine der beiden Sprachen ist, deren Hülle endlich ist. Wie lautet die andere Sprache?

Lösung:

Man betrachte die in der Aufgabe als genannte Sprache, die von dem regulären Ausdruck beschrieben wird. $\emptyset$:

$$\begin{aligned}\emptyset^* = L(\emptyset)^* &= L(\emptyset)^0 \cup L(\emptyset)^1 \cup L(\emptyset)^2 \cup .....\\ &= \{\varepsilon\} \cup \emptyset \cup \emptyset \cup ...\\ &= \{\varepsilon\}\end{aligned}$$

Betrachtet man die obigen Zeilen müsste schon offensichtlich sein, welches die andere Sprache S ist. Sobald man bei $L(S)^2$ ist muss klar sein, dass die Elemente im Alphabet von S neutral bezüglich der Konkatenation sein müssen, denn sonst werden es unendlich lange Zeichenreihen. Und neutral bezüglich der Konkatenation ist nur ein Element, nämlich ε.

$$\begin{aligned}\varepsilon^* = L(\varepsilon)^* &= L(\varepsilon)^0 \cup L(\varepsilon)^1 \cup L(\varepsilon)^2 \cup .....\\ &= \{\varepsilon\} \cup \{\varepsilon\} \cup \{\varepsilon\varepsilon\} \cup ...\\ &= \{\varepsilon\}\end{aligned}$$